



Deskripsi Level Kemampuan Berpikir Matematis Berdasarkan Shafer dan Foster dalam Penyelesaian Masalah Materi Pecahan

Farida Kurniawati^{1*}, Mujiyem Sapti¹, Dita Yuzianah¹

*fkurniawati44@gmail.com

¹Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Purworejo, Purworejo, 54111, Indonesia

Abstract

This study aims to describe the level of mathematical thinking skills based on Shafer and Foster in solving fractional problems. This type of research is descriptive qualitative research, namely by interpreting the existing data with the aim of obtaining information about the level of mathematical thinking skills based on Shafer and Foster in solving fractional problems. The subjects of this study were 3 junior high school students who had taken the fraction material and smart students who could show the highest level so that they were expected to be able to describe the results of their work. The subject selection technique used is a purposive technique. Subject selection was carried out using a mathematical thinking ability test. The data collection method used a mathematical thinking ability test and interview guidelines. The results showed that (1) In solving reproduction level questions students can solve problems according to steps, know the basic rules of number division operations and can apply algebraic material to solve fraction problems (2) In solving connection level questions students can understand information on questions, compiling non-routine solutions, linking problems between solutions, and being able to make formulas for fractional values contained in questions (3) In solving problems at the level of analysis students can convert real problems into mathematical form and communicate the results of the solutions.

Keywords: level of thinking ability, mathematical thinking ability, problem solving

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan level kemampuan berpikir matematis berdasarkan Shafer dan Foster dalam penyelesaian masalah materi pecahan. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif yaitu dengan cara menafsirkan data yang ada dengan tujuan untuk mendapatkan informasi tentang level kemampuan berpikir matematis berdasarkan Shafer dan Foster dalam penyelesaian masalah materi pecahan. Subjek penelitian ini sebanyak 3 siswa SMP yang telah menempuh materi pecahan dan siswa pintar yang dapat menunjukkan level tertingginya sehingga diharapkan dapat mendeskripsikan hasil pekerjaannya. Teknik pemilihan subjek yang digunakan adalah teknik purposive. Pemilihan subjek dilakukan menggunakan tes kemampuan berpikir matematis. Metode pengumpulan data menggunakan tes kemampuan berpikir matematis dan pedoman wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa (1) Pada penyelesaian soal level reproduksi siswa dapat menyelesaikan masalah sesuai langkah-langkah, mengetahui aturan dasar operasi pembagian bilangan dan dapat menerapkan

materi aljabar untuk menyelesaikan soal pecahan (2) Pada penyelesaian soal level koneksi siswa dapat memahami informasi pada soal, menyusun penyelesaian tidak rutin, meneterkaitkan masalah antara penyelesaian, dan dapat membuat rumus nilai pecahan yang terdapat pada soal (3) Pada penyelesaian soal level analisis siswa dapat mengubah masalah nyata menjadi bentuk matematika dan mengkomunikasikan hasil penyelesaiannya.

Kata kunci: level kemampuan berpikir, kemampuan berpikir matematis, pemecahan masalah

ARTICLE HISTORY:

Received: 21 Oktober 2021, Revised: 22 Oktober 2021,
Accepted: 28 Oktober 2021, Onlinefirst: 31 Oktober 2021

1. Pendahuluan

Salah satu mata pelajaran yang diberikan di sekolah adalah matematika. Matematika merupakan mata pelajaran yang diajarkan pada setiap jenjang pendidikan mulai dari sekolah dasar sampai perguruan tinggi. Matematika salah satu ilmu yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir dan memberikan bekal dalam penyelesaian masalah di kehidupan sehari-hari, serta mendukung pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Permendiknas (2006) menyatakan “dengan belajar matematika, siswa diharapkan memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama”. Alasan lainnya sebagaimana disebutkan dalam Depdiknas (2006) dinyatakan bahwa penalaran (*reasoning*), pemecahan masalah (*problem solving*), dan komunikasi (*communication*) merupakan kompetensi yang harus dikuasai siswa setelah belajar matematika. Sehingga, sejalan dengan belajar matematika membuat siswa berpikir matematis.

Berpikir matematis (*mathematical thinking*) menurut Sumarmo (2010) yaitu “cara berpikir berkenaan dengan proses matematika (*doing math*) atau cara berpikir dalam menyelesaikan tugas matematika (*mathematical task*) baik yang sederhana maupun yang kompleks”. Menurut Katagiri (2004) “*Mathematical thinking allows for: 1) an understanding of necessity of using knowledge and skills, 2) learning how to learn by oneself, and the attainment of the abilities required for independent learning*” berpikir matematis memberikan pemahaman perlunya menggunakan pengetahuan atau pemahaman konsep matematika dan keterampilan dalam memecahkan permasalahan matematika, serta dengan berpikir matematis siswa dapat belajar untuk mencapai kemampuan yang dibutuhkan dalam belajar mandiri (DS. Setiana, 2020).

Pentingnya kemampuan berpikir matematis memudahkan terbentuknya keterampilan belajar matematika dan mampu memberikan dampak positif bagi kehidupan nyata. Pentingnya kemampuan berpikir matematis menurut Thompson (2011) merupakan kemampuan yang penting untuk dimiliki siswa karena pendekatan sistematis dalam mengevaluasi suatu informasi sangat berguna dalam mendapatkan solusi dari suatu masalah. Sedangkan menurut Katagiri (2004) bahwa *“the most important ability that arithmetic and mathematics course need to cultivate order to instill in students to think and make judgment independently is mathematical thinking”* yaitu berpikir matematis merupakan kemampuan penting yang perlu ditumbuhkan dalam aritmatika dan pelajaran matematika yang perlu ditanamkan pada siswa agar dapat berpikir dan menentukan keputusan secara mandiri. Pentingnya kemampuan berpikir matematis tersebut yang berperan dalam pendidikan.

Dalam pendidikan di Indonesia yang sering dijadikan untuk menentukan level berpikir adalah taksonomi Bloom, taksonomi Anderson, taksonomi SOLO (*The Structure of the Observed Learning Outcome*), dan taksonomi Marzano (Tim Kurikulum Pembelajaran, 2014). Empat taksonomi tersebut menyajikan level berpikir secara umum yang dapat diterapkan untuk berbagai macam mata pelajaran dan lebih fleksibel. Shafer dan Foster mengemukakan perkembangan kemampuan berpikir ke dalam beberapa level yang mengukur kemampuan berpikir matematis. Tiga level tersebut yaitu reproduksi, koneksi, dan analisis menurut (Shafer dan Foster, 1997).

Level kemampuan berpikir matematis siswa perlu digali salah satunya pada materi pecahan. Materi pecahan dipelajari dari SD dan kembali dibahas pada kelas VII SMP dan materi pecahan banyak digunakan dalam penerapan kehidupan sehari-hari. Pecahan merupakan salah satu materi dasar dalam mempelajari matematika dan ilmu sains yang berkaitan dengan lingkungan sekitar (Zabeta, Hartono & Putri, 2015). Maka dari itu pecahan salah satu menjadi materi yang penting.

Berdasarkan uraian di atas, maka secara teoritis terdapat korelasi yang saling berpengaruh antara kemampuan berpikir matematis dan pentingnya penyelesaian masalah materi pecahan. Dengan demikian, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan berpikir matematis siswa kelas VIII SMP Negeri 1 Pejagoan berdasarkan Shafer dan Foster dalam penyelesaian masalah materi pecahan.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dan dilaksanakan di SMP Negeri 1 Pejagoan pada 11-13 Mei 2020. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII yang telah menempuh materi pecahan dan siswa kemampuan berpikir matematis tinggi dengan harapan siswa menunjukkan level tertingginya sehingga dapat mendeskripsikan hasil pekerjaannya. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah tes dan wawancara. Instrumen utama dalam penelitian ini yaitu peneliti dibantu dengan instrumen pendukung berupa tes untuk mendapatkan data tertinggi level kemampuan berpikir matematis dalam penyelesaian masalah materi pecahan, dan pedoman wawancara yang digunakan untuk mengklarifikasi jawaban siswa. Teknik analisis data yang digunakan yaitu (1) memeriksa konsistensi antara wawancara dan lembar pekerjaan siswa. (2) mengelompokan data berdasarkan level. (3) mendeskripsikan level tertinggi berdasarkan hasil tes dan wawancara.

3. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan hasil tes kemampuan berpikir matematis materi pecahan dari 7 siswa dengan kemampuan matematika tinggi terdapat 3 siswa (S1, S2, S3) yang dapat menyelesaikan level kemampuan berpikir matematis tertinggi, selanjutnya diklarifikasi dengan wawancara menggunakan pedoman wawancara untuk mengecek konsistensi antara jawaban siswa dengan pengetahuan siswa dan untuk mengecek indikator yang muncul pada siswa tersebut. Indikator kemampuan berpikir matematis berdasarkan Shafer dan Foster yang digunakan pada penelitian ini adalah (1) level reproduksi yang terdiri dari mengetahui fakta dasar, menerapkan algoritma standar dan keterampilan teknis, (2) level koneksi yang terdiri dari mengintegrasikan informasi, membuat koneksi antar domain matematika, menetapkan rumus yang akan digunakan dan memecahkan masalah tidak rutin, (3) level analisis yang terdiri dari melakukan analisis, melakukan interpretasi, mengembangkan model/strategi sendiri, membuat argumen matematika dan membuat generalisasi.

a. Level reproduksi

Pada level reproduksi terdapat indikator algoritma standar yang terlihat dari hasil penyelesaian berikut ini.

$$\begin{aligned}
 & 2x + \frac{x}{-3}, \text{ untuk } x=9 \\
 & 2x + \frac{x}{-3} = \frac{2 \cdot 9 + 9}{-3} \\
 & = \frac{18 - 3}{-3} \\
 & = 15
 \end{aligned}$$

Gambar 1. Contoh penyelesaian siswa untuk soal nomor 1 level reproduksi

Terlihat siswa melakukan perkalian terlebih dahulu dan selanjutnya melakukan penjumlahan sesuai urutan untuk melakukan penyelesaian. Dalam hal ini siswa dapat melakukan algoritma standar pecahan yaitu dengan melakukan penyelesaian sesuai urutan/langkah aturan dasar operasi pecahan seperti pada Gambar 1.

Pada level reproduksi terdapat indikator fakta dasar masih terkait dengan penyelesaian soal pada Gambar 1 dan dari penyelesaian tersebut dilakukan wawancara guna memperjelas jawaban siswa dalam menyelesaikan soal yang terlihat dari kutipan wawancara berikut ini:

P₀₄: Apakah kamu yakin hasil dari $9 \div (-3)$ adalah -3 ?

S₁₀₄: Yakin mba, karena bila bilangan positif jika dibagi negatif hasilnya negatif.

Terlihat dari kutipan wawancara siswa yaitu siswa dapat mengetahui bahwa bilangan bulat positif dibagi bilangan bulat negatif hasilnya adalah negatif, dalam hal ini maka siswa dapat mengetahui fakta dasar operasi hitung pecahan.

Pada level reproduksi terdapat indikator keterampilan teknis yang terlihat dari hasil penyelesaian berikut ini:

$$\begin{aligned}
 & \frac{27}{a} + c \times 4, \text{ untuk } a=9, b=3, c=2 \\
 & \frac{27}{a} + c \times 4 = \frac{27}{9} + 2 \times 4 \\
 & = 3 + 8 \\
 & = 11
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Contoh penyelesaian siswa untuk soal reproduksi nomor 2

Terlihat dari Gambar 2 siswa dapat mensubstitusikan a, b dan c ke dalam $\frac{27}{2} + c \times 4$ /siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan lain dan mengetahui informasi yang terdapat pada Gambar 2, selanjutnya dilakukan wawancara guna memperjelas sebagai berikut:

P₀₂: Informasi apa yang dapat kamu terapkan untuk menyelesaikan soal nomor 2?

S₃₀₂: Saya menyelesaikan soal nomor 2 itu menerapkan materi aljabar yang pernah dipelajari mba.

Terlihat dari kutipan wawancara siswa dapat menerapkan materi aljabar untuk menyelesaikan soal pecahan tersebut terlihat dari kutipan wawancara yang dilakukan, dalam hal ini siswa dapat menerapkan informasi yang diperoleh menjadi bentuk penyelesaian soal atau dapat mengembangkan keterampilan teknis.

b. Level koneksi

Pada soal level koneksi terdapat indikator menetapkan rumus (*tools*) yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah, penyelesaian siswa untuk menyelesaikan soal sebagai berikut.

The image shows a student's handwritten work on lined paper. The first part of the work is a calculation: 'pendapatan hari ke 3 = $\frac{3}{4} \times 420.000$ ' followed by '= 315.000'. The second part is another calculation: 'nilai pecahan = $\frac{315.000}{360.000}$ ' followed by '= $\frac{7}{8}$ '.

Gambar 3. Contoh Penyelesaian Siswa untuk Level Koneksi

Terlihat siswa dapat menetapkan rumus nilai pecahan pendapatan berdasarkan pendapatan, maka siswa dapat menetapkan rumus (*tools*) yang akan digunakan untuk menentukan nilai pecahan berdasarkan target penjualan.

Pada level koneksi terdapat indikator mengintegrasikan informasi dengan menggunakan informasi yang diperoleh untuk menyusun penyelesaian masalah dan selanjutnya dilakukan wawancara untuk memperjelas jawaban siswa sebagai berikut.

P₁₀ : Pada soal ini, informasi apa yang dapat kamu gunakan guna mencari hasil penyelesaiannya?

P₁₁₀ : Jadi, bila dilihat pada diagram. Batang 1, batang 2 dan batang 5 itu diagram batang milik kelas 6 karena memiliki pola arsir yang sama. Batang 3 dan batang 5 itu diagram batang milik kelas 7 dan memiliki pola arsir yang sama, dan garis atas itu adalah target penjualannya mba.

P₁₁ : Selanjutnya bagaimana?

P₁₁₀ : Selanjutnya dengan informasi tersebut saya bisa menentukan pendapatan kelas 6 maupun kelas 7 mba.

Terlihat pada kutipan wawancara siswa dapat memahami informasi yang terdapat pada diagram yaitu batang 1, batang 2 dan batang 5 adalah diagram batang milik kelas 6, batang 3 dan batang 5 adalah diagram milik kelas 7. Dalam hal ini siswa

dapat memahami informasi digunakan untuk menyelesaikan masalah yaitu dapat mengintegrasikan informasi yang terdapat pada diagram untuk mencari pendapatan.

Pada level koneksi terdapat indikator membuat koneksi antara domain matematika dan selanjutnya melakukan wawancara untuk memperjelas penyelesaian yang dilakukan siswa sebagai berikut:

P₀₃ : Selanjutnya untuk menghitung pendapatan pada hari ke 1 dan hari lainnya, Apa cara yang kamu lakukan?

S₃₀₃ : Saya menghitungnya misal pendapatan hari ke-3 yaitu saya mencari pendapatan kelas 7 pada hari ke-1 adalah $\frac{1}{4}$ dari Rp.420.000,00 = Rp.105.000 dengan hasil itu saya bisa mencari pendapatan kelas 7 pada hari ke-3 yang nilainya 3 kali lebih besar adalah $3 \times \frac{1}{4}$ dari Rp.420.000,00 = Rp.315.000,00 mba.

Terlihat pada kutipan wawancara siswa membuat koneksi antara domain matematika yang terdapat pada soal yaitu dengan menghubungkan antara pendapatan yang ada pada hari ke 1 untuk mencari pendapatan pada hari ke 3.

Pada level koneksi terdapat indikator memecahkan masalah tidak rutin yang diperjelas dengan wawancara sebagai berikut.

P₀ : Selanjutnya untuk menentukan pendapatan pada soal nomor 1 dan hari lainnya, apa cara yang kamu lakukan?

S₃ : Saya menghitungnya hari ke-1 dan hari ke-3 biasanya saya biasanya melihat informasi yang terdapat pada diagram kak namun karena tidak ada saya mencari pendapatan dengan melipat kertasnya kak, dengan begitu juga bisa mencari hari lain.

Terlihat pada kutipan wawancara yaitu siswa melakukan penyelesaian dengan melipat kertas untuk mencari pendapatan pada hari ke-1 dan pada hari ke-3.

c. Level analisis

Pada level analisis terdapat enam indikator yaitu dapat matematisasi situasi, melakukan analisis, melakukan interpretasi, mengembangkan model dan strategi sendiri, membuat argumen matematika dan membuat generalisasi. Berikut akan disajikan hasil pekerjaan salah satu subjek dalam menyelesaikan soal analisis.

① buku = x
 pensil = y
 $y = \frac{1}{3}x$
 $3x + 5y = 14.000$
 $3x + 5 \cdot \frac{1}{3}x = 14.000$
 $3x + \frac{5}{3}x = 14.000$
 $\frac{9x + 5x}{3} = 14.000$
 $\frac{14x}{3} = 14.000$
 $x = 14.000 \times \frac{3}{14}$
 $= 3000$
 $y = \frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \cdot 3000 = 1000$

Gambar 4. Contoh Penyelesaian Siswa untuk Level Analisis

Terlihat pada Gambar 4 tersebut menunjukkan hasil jawaban tertulis untuk level analisis dari siswa yaitu dapat mengubah pensil dan buku menjadi kalimat matematika yaitu mengubah buku menjadi x dan y serta dapat membuat model matematika. dalam hal ini siswa dapat mengubah soal nyata ke dalam bentuk matematika/matematisasi situasi.

Pada level analisis terdapat indikator melakukan interpretasi, peneliti selanjutnya melakukan wawancara untuk memperjelas jawaban siswa dalam menyelesaikan soal yaitu sebagai berikut :

P₁ : Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal nomor 1, Jelaskan!

S₂₁₅ : Saya misalkan $x = \text{buku}$ dan $y = \text{pensil}$, setelah itu saya menentukan $y = \frac{1}{3}x$. ada 3 buah buku dan 5 pensil dengan harga Rp. 14.000,00 jadi $3x + 5y = \text{Rp. } 14.000,00$ lalu harga pensil kan $\frac{1}{3}$ dari harga buku jadi $y = \frac{1}{3}x$ setelah itu dimasukan nilai y ke $3x + 5y = \text{Rp. } 14.000,00$ sehingga $3x + \frac{5}{3}x = \text{Rp. } 14.000,00$.

P₁₆ : Apakah itu sudah selesai ?

S₂₁₆ : Belum mba, setelah itu saya jumlahkan dan disamakan penyebutnya terlebih dahulu sehingga $3x + \frac{5}{3}y = \text{Rp. } 14.000,00$ menjadi $\frac{9}{3}x + \frac{5}{3}x = \text{Rp. } 14.000,00$ dan mendapat hasil $x = 3.000$ serta $y = \frac{1}{3}x$ menjadi $y = \frac{1}{3} \times 3000$ jadi $y = 1000$.

Terlihat hasil kutipan wawancara siswa dapat menjelaskan hasil penyelesaian dengan jelas dari mematematika masalah, membuat model matematika, menggunakan

aturan dasar pecahan serta menerapkan pengetahuan aljabar untuk mencari nilai x dan y , dalam hal ini siswa dapat melakukan interpretasi/komunikasikan penyelesaian masalah.

4. Simpulan dan Saran

Dari penelitian tersebut dapat dilihat bahwa level kemampuan berpikir matematis berdasarkan Shafer dan Foster pada siswa SMP Negeri 1 Pejagoan dalam penyelesaian materi pecahan dapat memenuhi level reproduksi (mengetahui fakta dasar, menerapkan algoritma standar dan melakukan keterampilan teknis), level koneksi (mengintegrasikan informasi, membuat koneksi antara domain, menetapkan rumus yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah, memecahkan masalah tidak rutin) dan level analisis (matematisasi situasi dan melakukan interpretasi). Adapun indikator yang tidak terpenuhi pada level analisis yaitu siswa tidak mampu menampilkan indikator menganalisis, tidak dapat mengembangkan model dan strategi sendiri, tidak dapat membuat argument matematika dan tidak dapat membuat generalisasi.

Saran yang peneliti sampaikan bagi yang ingin melakukan penelitian sejenis terkait kemampuan berpikir matematis berdasarkan Shafer dan Foster agar dapat melakukan penelitian lanjutan sebaiknya instrumen untuk menggali kemampuan berpikir matematis berdasarkan Shafer dan Foster lebih dikembangkan.

Daftar Pustaka

- DS Setiana, RY Purwoko. 2020. Analisis kemampuan berpikir kritis ditinjau dari gaya belajar matematika siswa. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*. Vol: 7 (2), 163-177
- Depdiknas. 2006. *Indonesian Curriculum .2006. Curriculum based Competency*. Jakarta: Depdiknas.
- Katagiri, S. 2004. *Mathematical Thinking and How to Teach it*. Tokyo. University of Tsukuba.
- Permendiknas. 2006. *Peraturan Menteri Nomor 23 Tahun 2006 Tentang Standar Kompetensi Lulusan Untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Diunduh dari https://www.academia.edu/28437339/lampiran/Permendiknas_no_23_tahun_2006_pdf pada tanggal 4 Maret 2020.
- Shafer, M.C. dan Foster, S. 1997. *The Changing Face of Assessment. Principled Practice in Mathematics and Science*, Vol 1: 2.

- Sumarmo, Utari. 2010. Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Peserta Didik. Artikel pada FPMIPA UPI Bandung. Diunduh dari [https://www.aucademia.edu/10346582/Berfikir dan disposisi matematik mengapa dan bagaimana dikembangkan pada peser ta didik](https://www.aucademia.edu/10346582/Berfikir_dan_disposisi_matematik_mengapa_dan_bagaimana_dikembangkan_pada_peserta_didik) pada tanggal 22 Februari 2020.
- Thompson, C. 2011. Critical Thinking Across The Curriculum: Process over Output. *International Journal Humanities and Social Science*. Vol 1: 9.
- Tim Kurikulum Pembelajaran. 2014. Buku Kurikulum Pendidikan Tinggi. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. Diunduh dari [https://luk.staff.ugm.ac .id/atur/kurikulumFinalDraftBukuKurikulumDIKTI18-8-2014.pdf](https://luk.staff.ugm.ac.id/atur/kurikulumFinalDraftBukuKurikulumDIKTI18-8-2014.pdf)
- Zabeta, M., Hartono, Y., & Putri, R. I. I. 2015. Desain Pembelajaran Materi Pecahan Menggunakan Pendekatan PMRI di Kelas VII. *Beta*. Vol 8: 86-99.